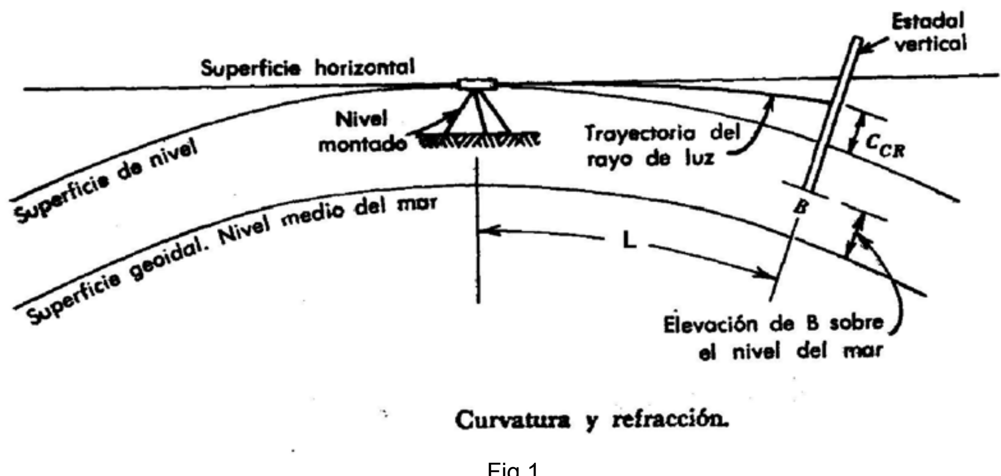
NIVELACION GEOMETRICA

1. Introducción.-

Nivelación es un término genérico que se aplica a cualquiera de los procedimientos a través de los cuales se determinan elevaciones o diferencias entre las mismas Hay varias definiciones que es preciso revisar, las cuales se analizan en un curso regular de Topografía.

Superficie de nivel (Ver figura 1), es una superficie curva que en cada punto es perpendicular a la línea de la plomada o sea la dirección de la gravedad. Las superficies de nivel son de forma esferoidal y el mejor ejemplo de una de ellas es la superficie de las aguas en reposo.
Las superficies de nivel a diferentes alturas se consideran concéntricas, en áreas localizadas. Sin embargo, debido al aplanamiento de la Tierra en la dirección polar, las superficies de nivel entre un punto por ejemplo, sobre playa Pocitos en Montevideo y otro punto por ejemplo, en la plaza de la ciudad de Rivera no son exactamente concéntricas, pero el error es muy pequeño.



Curvatura y refracción.

Fig 1

La diferencia de nivel o de elevación entre dos puntos, es la **distancia vertical entre las superficies de nivel** que pasan por cada uno de los puntos.

Línea de nivel es una línea contenida en una superficie de nivel y que es por tanto curva.

Plano horizontal es un plano perpendicular a la dirección de la gravedad. En topografía plana es un plano perpendicular a la línea de la plomada. Es un plano tangente en un punto a una superficie de nivel.

Plano de referencia en realidad es una **superficie de nivel** hacia la cual se refieren las elevaciones. Por costumbre, se le llama mal como plano de comparación, cuando ya a los 500 metros de distancia la diferencia entre un plano horizontal y una superficie de nivel es de más de 1 centímetro. Es una mala costumbre de los topógrafos prácticos, decir que referencian las elevaciones respecto a un plano horizontal en lugar de una superficie de nivel de comparación. Si a lo mencionado anteriormente se agrega por ejemplo el error de regulación intrínseco del nivel que seguramente estará en el entorno de 0,3 cm/100 m de longitud de visada, por lo cual aquella distancia vertical en gran parte de los trabajos de ingeniería agrícola será un error importante. Además tenga en cuenta que al confeccionar una carta de curvas de nivel de un área, seguramente tendrá distancias de varios kilómetros, por lo cual la diferencia vertical entre un plano horizontal y una superficie de nivel puede significar una cuantía importante.

Elevación de un punto, es la altura sobre un datum de referencia. El datum de referencia puede ser un elipsoide(elevación elipsoidal), un geoide (elevación ortométrica) sobre el nivel del mar o sobre una superficie de referencia definida localmente. De ésta forma tendremos la **elevación elipsoidal** que es la típica de los GPS navegadores, la referida al nivel geoidal oficial de un país o "**cotas oficiales**" del país, o finalmente a las **elevaciones arbitrarias** establecidas por un ingeniero actuante en una obra de ingeniería agrícola, como una sistematización para riego o una represa para riego. Sin embargo, estas últimas actualmente también deben referirse en última instancia a las cotas oficiales del país o sea a la superficie de nivel oficial del país o "**cero de Montevideo"**.

El datum horizontal, es la definición matemática de una superficie desde donde las coordenadas de un sistema cartográfico tienen su referencia.

Todas las cartas topográficas están trazadas con base en un punto de referencia o datum. La mayor parte de los datum sólo son válidos para una parte de la Tierra. El sistema GPS propone disponer de un único datum mundial como el sistema geodésico de 1984 (WGS84). Normalmente en la ingeniería agrícola se establecen datum arbitrarios bien mojonados y delineados, de forma que eventualmente debe instruirse información muy especial y fidedigna, para el monitoreo y delineación de las obras de ingeniería que fueren programadas.

2 Métodos para determinar diferencias de elevación.

Las diferencias de elevación entre puntos del terreno se determinan por nivelación geométrica o indirectamente por nivelación trigonométrica.

2.1 Nivelación Geométrica

En la nivelación directa, se está midiendo directamente distancias verticales entre diferentes puntos de interés del terreno. Es el método más preciso para determinar diferencias de nivel y uno de los más usados.

Imagínese una mesa y una silla en un piso a nivel como se muestra en la Figura 2.

Si se pudiera mantener un nivel de burbuja a la altura del nivel del ojo, 1,50 m por ejemplo, y se extendiera imaginariamente el plano horizontal del nivel de burbuja por encima de la mesa, el plano cortaría una regla que estuviera verticalmente sobre la mesa a la altura de 0,75 m.

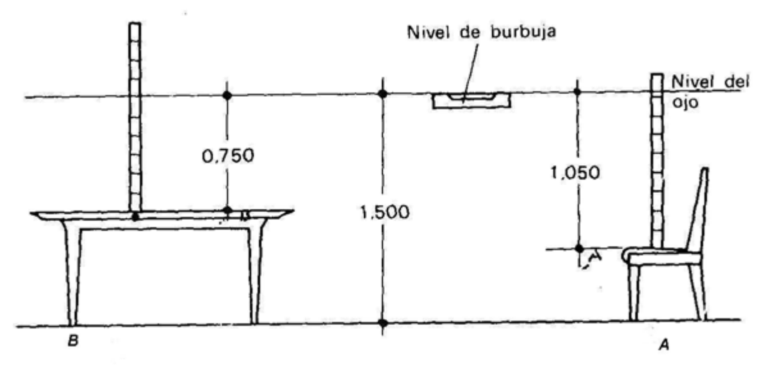


Fig.2

La diferencia de nivel entre la tabla de la mesa y el asiento de la silla sería de una distancia vertical de 1,050 –0,75 = 0,30 m.

En la nivelación práctica, la regla se sustituye por una mira de nivelación, y el nivel de burbuja se cambia por un instrumento topográfico llamado precisamente nivel. El nivel consiste

esencialmente en un nivel de burbuja fijado a un anteojo que a su vez está montado en un trípode. Si la mesa y la silla se reemplazan por dos puntos sobre la superficie de la tierra, la sencilla ilustración de la figura 2 se convierte en un trabajo de nivelación real como se ve en la figura 3 .-

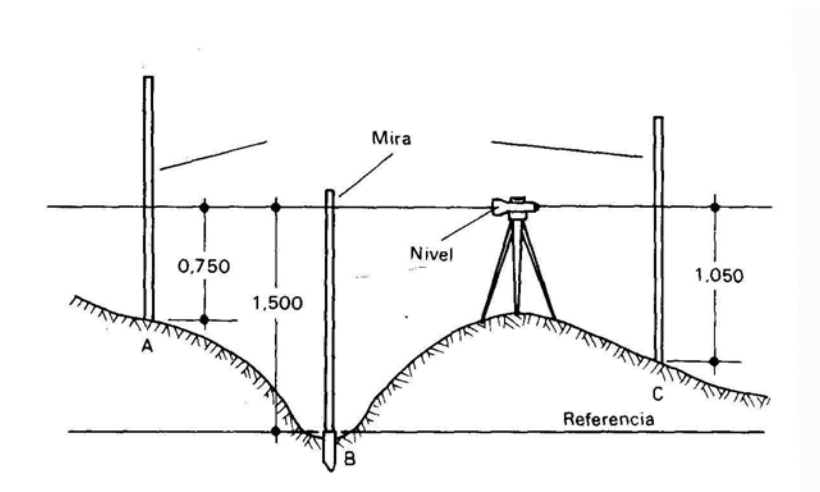


Fig.3.-

Se ve que la altura del punto A sobre el plano de referencia es 1,500 – 0,750 = 0,75 m en tanto que la altura de C es 1,50 – 1,050 = 0,450 m sobre el plano de referencia. El plano de referencia es en este caso un plano imaginario que pasa por la parte superior de la estaca B.-

Cuando se examina una carta del Servicio Geográfico Militar, las alturas de los distintos puntos de la carta aparecen indicadas por puntos de nivel y también por curvas de nivel. Las curvas de nivel son líneas que unen puntos del terreno de igual altitud. Estas alturas se miden con respecto a una superficie de referencia, que es en realidad el nivel medio registrado en el Puerto de Montevideo. Este nivel medio del Río de la Plata está referido en el Cabildo de Montevideo, en el hall central en el margen SE, allí se encuentra el repére oficial que está a 23,88 m por encima del nivel medio de las aguas del Río de la Plata en el puerto de Montevideo.- El cero del Montevideo es diferente al de los ferrocarriles (AFE) ,este era el cero Zanetti que estaba definido a una elevación diferente ≈ 23,10 con relación al nivel medio de las aguas del Río de la Plata en el puerto de Montevideo.
Toda nivelación que se haga en un emplazamiento de construcciones y sea necesario referir al cero oficial, debe enlazarse con algún punto fijo PF o mejor aún a un vértice geodésico del SGM de acuerdo con las indicaciones que disponga en la carta topográfica del SGM de acuerdo con la zona donde se realiza la construcción.- Los PF y vértices geodésicos se identifican en las referidas cartas topográficas y pueden localizarse en el terreno por sus emplazamientos de mojones de hormigón y/o material.

Nivelación entre dos puntos

Para encontrar la diferencia de nivel entre dos puntos cualesquiera del terreno se utilizan un nivel y una mira. En la Figura 4, tenemos dos puntos A y B distantes unos 120 metros y se desea conocer la diferencia de niveles o distancia vertical entre ambos puntos. El nivel se coloca aproximadamente en el centro entre los puntos, se cala la burbuja con precisión para asegurar la horizontalidad de la línea de colimación. Se toma una primera lectura de mira mantenida verticalmente en A. Sea 2,500 m esta lectura, luego de lo cual se coloca la mira en B, y se toma la lectura 0,500.

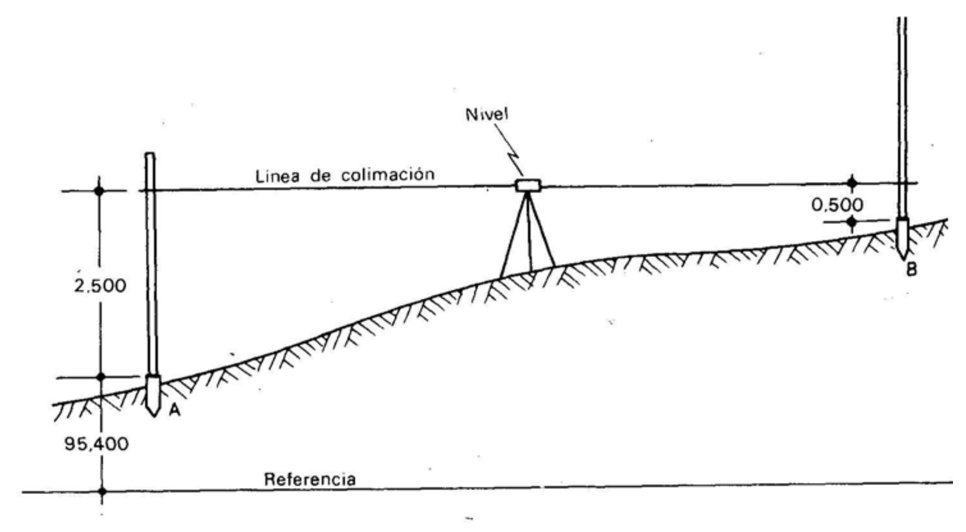


Fig. 4.

Por el dibujo es claro que el punto B está mas alto que el A en 2,500 – 0,500 = 2,000 m.
Es decir que, la diferencia de lecturas en la mira es igual a la distancia vertical entre los puntos visados.
Ahora bien, si la cota del punto A es 95,400 , la altura del plano colimador sería de 95,40 + 2,50 = 97,90, y la cota del punto B resulta entonces 97,90 – 0,50 = 97,40 m.
Las ecuaciones de la nivelación geométrica aplicada en la teoría básica de la nivelación compuesta, son las siguientes:

Cota 1 + Latrás 1 = HPC

HPC – Ladelante = Cota 2 Estas dos ecuaciones elementales se repiten una y otra vez.-

En efecto, la **COTA + L atrás = HPC** y la cota de los puntos desde una posición del nivel es **Ci = HPC – Lint** o **Ci = HPC – Ladel**. Estas son las fórmulas básicas de la nivelación geométrica.

Debemos definir las expresiones L atrás, Lint, Ladel.
La lectura atrás (Latr) se define como la primera lectura realizada a un punto cuya cota es conocida o arbitrada, es la primera lectura realizada al posicionar un nivel.
Lectura intermedia (Lint) es la lectura realizada a un punto cuya cota deseo determinar desde una posición del nivel. Lectura adelante (Ladel) es una lectura realizada a un punto cuya cota deseo determinar desde una posición del nivel, pero es la última que realizo antes de cambiar de posición el nivel y es la que da origen al punto de cambio. Es decir que los puntos de cambio son puntos leídos desde dos posiciones del nivel y permiten enlazar una nivelación simple con otra.

En la Figura 5 vemos el ejemplo de una nivelación compuesta con puntos de cambio (PC). Es decir, que cuando el campo de visual se entorpece, ya sea por la topografía abrupta que no permite visualizar la mira o por obstáculos(árboles,edificios), o simplemente por la distancia existente entre los puntos de interés a nivelar, es necesario cambiar de posición el nivel. Entonces el conjunto de nivelaciones simple encadenadas, referidas a una superficie de referencia única forma la nivelación compuesta.

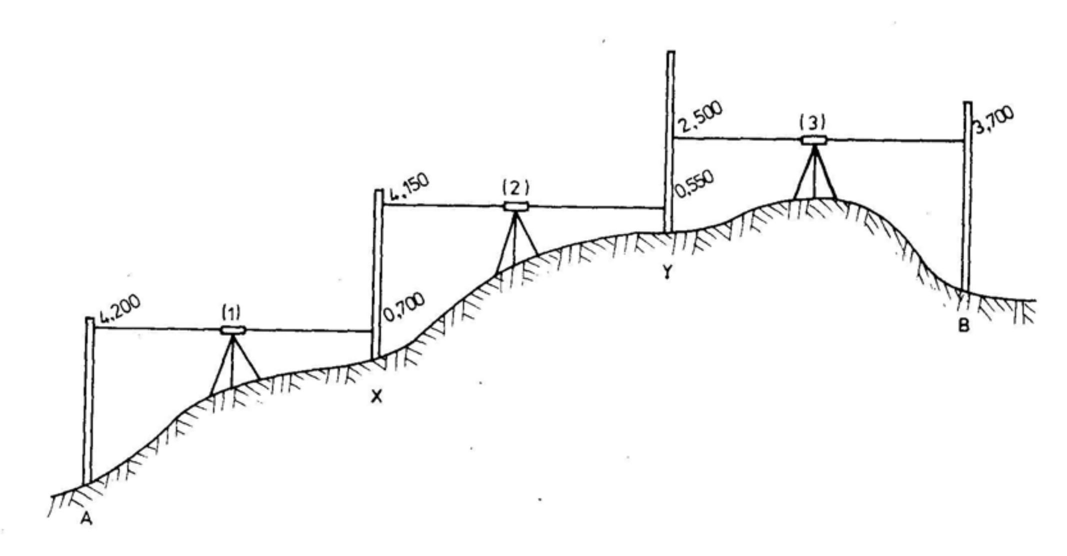


Fig. 5. Nivelación compuesta.

En este caso los puntos de cambio están señalizados con X e Y. Abajo se muestra la rutina de toma de datos de la nivelación geométrica en forma tabular, donde cada fila es un punto del terreno y las columnas a que tipo de lectura corresponde y en la extrema derecha el valor objetivo de la nivelación, la elevación o cota de los puntos.

Punto	L atrás	Linte	Ladel	HPC	Elevación
A	4,200				21,32
X	4.150		0,700		
Y	2,500		0,560		
B			3,700		

Como norma, al realizar el trabajo de campo identificaremos los puntos de cambio como PC 1 , PC2 ....PCn de acuerdo con la cantidad de los mismos que tengamos en nuestro proceso de nivelación geométrica.-
Como prueba de asimilación del conocimiento, complete el lector las cotas de los puntos de cambio X, e Y y finalmente del punto B.
Finalizado dicho cálculo, tenga en cuenta que se puede verificar la bondad de su cálculo por una simple prueba, donde $\sum$ **L atrás –** $\sum$ **Ladel = Diferencia de cotas**

En las Figuras 12 y 18 tiene buenos ejemplos de nivelación para verificar su estado de avance en el conocimiento topográfico.

2.2 Nivelación trigonométrrica

En la nivelación trigonométrica se utilizan relaciones trigonométricas para establecer las distancias verticales entre puntos del terreno.

La diferencia de nivel o elevación entre dos puntos puede determinarse midiendo: a) la distancia inclinada (S) u horizontal (H) entre los puntos, y b) el ángulo cenital (Z) o el ángulo vertical α entre los puntos. Así, en la figura de abajo si se miden la distancia inclinada S y el ángulo cenital Z o el ángulo vertical α entre **C y D,** la diferencia de nivel V entre C y D será .

$$\mathbf{V = S \cos Z} \quad \text{o bien} \quad \mathbf{V = S \sin \alpha}$$

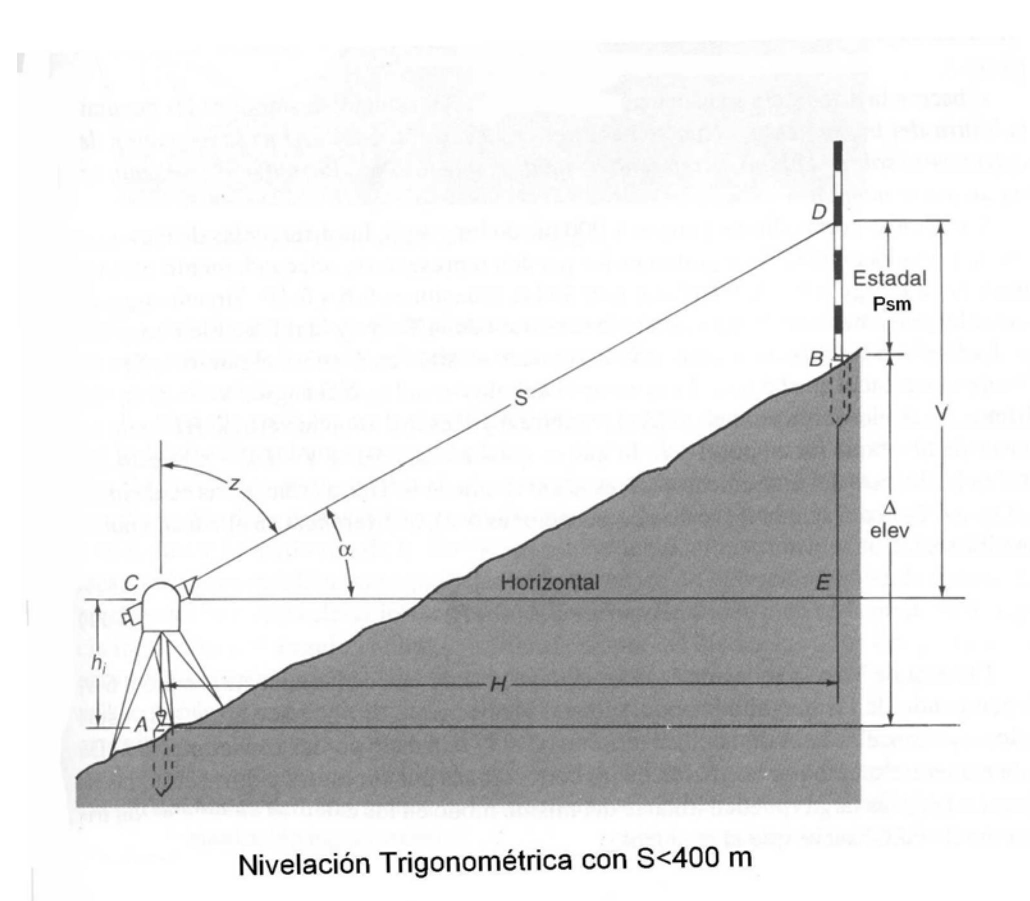


Fig.6 Esquema de la Nivelación Trigonométrica con estación total .-

pero la elevación del punto B donde se coloca el estadal(mira) o el prisma de una estación total será

$$\mathbf{C_B = C_A + hi + V - P_{sm}}$$

Cuando las distancias son muy grandes (S ≥ 500m) se debe introducir el término de corrección por curvatura y refracción, situación que se presenta modernamente con el trabajo con Estaciones totales.

3. Instrumentos para Nivelación Geométrica.

Los instrumentos para realizar nivelación geométrica son los niveles de anteojo, de colimación manual o colimación automática.

El nivel manual tiene un anteojo topográfico y un nivel tubular adosado al mismo. En la figura de abajo se muestra el esquema del antiguo nivel de plano.-

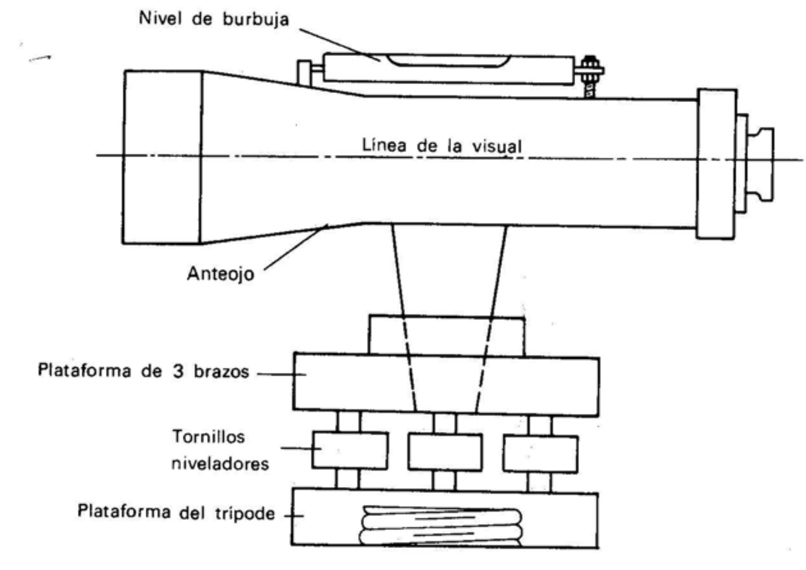


Fig. 7. Nivel de plano

El nivel de línea es el tipo de instrumento que se ha impuesto, se trata de un nivel con un anteojo (ver Fig.8.) cuya inclinación se puede ajustar o variar mediante un tornillo de inclinación. El nivel de burbuja tubular se mantiene fijo al anteojo topográfico y a cada visada se debe controlar el calado de la burbuja del nivel tubular, para asegurarse la línea de colimación horizontal.

El tornillo de ajuste de la inclinación lo que hace es elevar o descender el anteojo y el soporte del nivel tubular; por tanto el eje principal del sistema óptico coincide con la línea tangente a la superficie de nivel del centro óptico del anteojo.

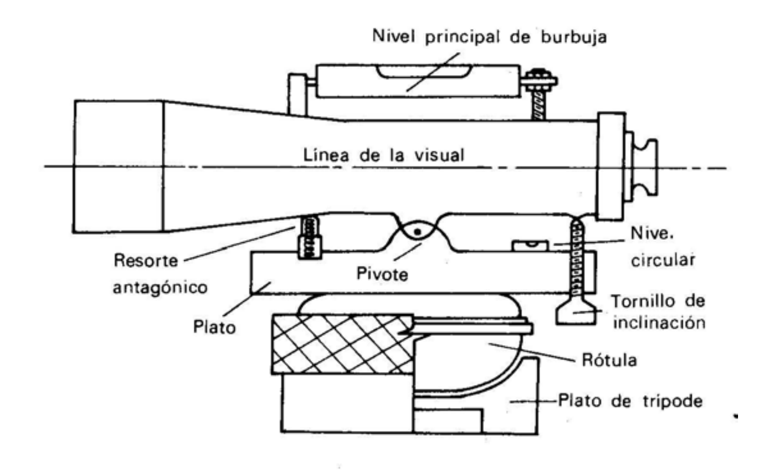


Fig. 8. Nivel de línea

En la Figura de abajo se muestra un nivel de colimación manual del tipo de obra, de la marca Wild, de baja precisión, para visuales de corta distancia y baja precisión.

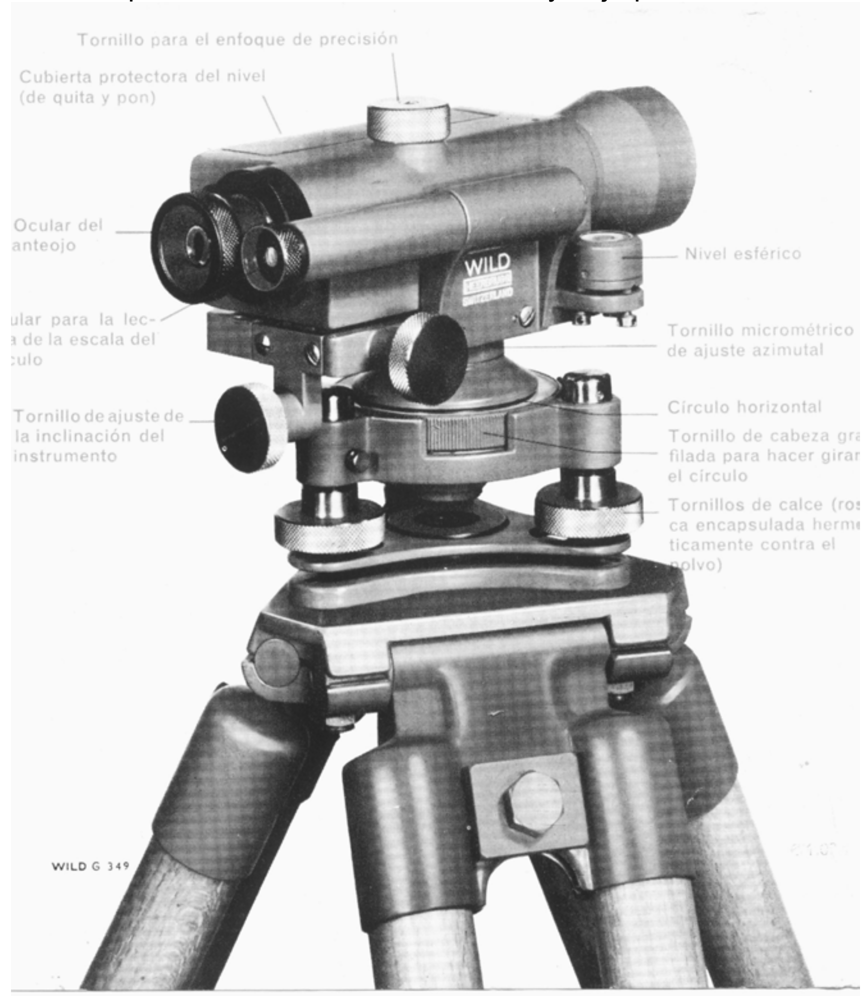


Fig.9.- Nivel de anteojo manual del tipo de obra con nivel tubular, colimación manual, anteojo de 20 aumentos

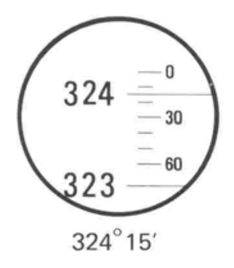


Fig.10.- Lectura del círculo por micrómetro de escala apreciación de 2-3 minutos

En la nivelación geométrica se establece un plano horizontal de visión por un anteojo que cuenta adosado al mismo un nivel tubular o un mecanismo de automatización. A través del anteojo topográfico con el nivel tubular, todo montado sobre un trípode se realiza una medida hacia un estadal o mira graduada, ubicada sobre un punto o mojón de referencia.
Tanto en el nivel fijo como en el inclinable, la burbuja del nivel se ajusta a ojo hasta centrarla en las graduaciones del tubo de la burbuja. Pero muchos niveles de línea de precisión tienen un sistema óptico (Fig.11) que permite ver la imagen de ambos extremos de la burbuja a través del ocular.

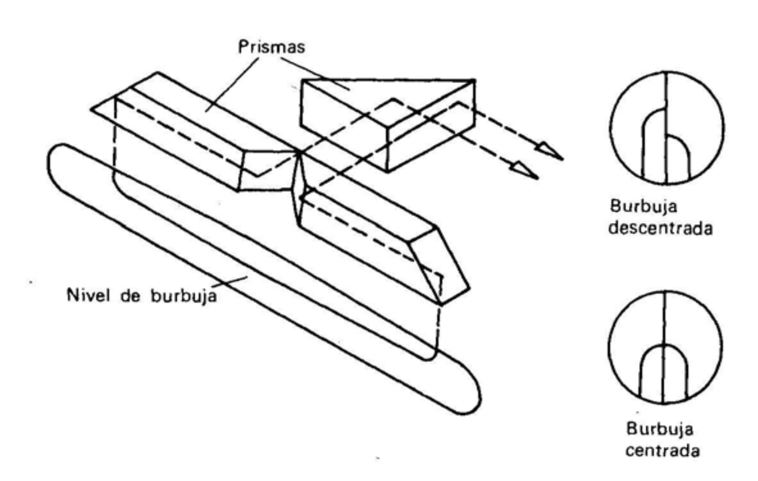


Fig. 11. El esquema de visual de la burbuja de nivelación por coincidencia de un nivel de precisión media a alta.-

Al mover el tornillo de inclinación, los extremos de la burbuja se mueven uno respecto a otro hasta que coinciden en el campo de visión y entonces la burbuja está centrada con exactitud. Este sistema mejora mucho la precisión en el ajuste de la burbuja y se llama sistema de lectura por coincidencia.

Ejercicio a resolver.-

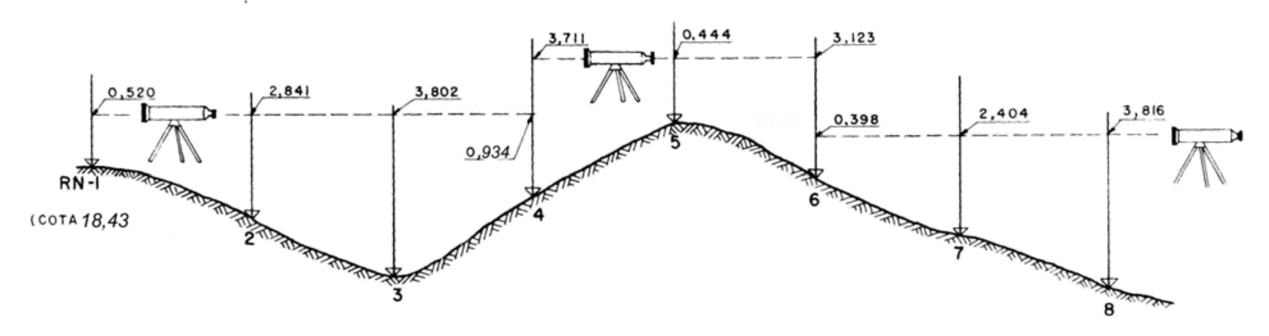
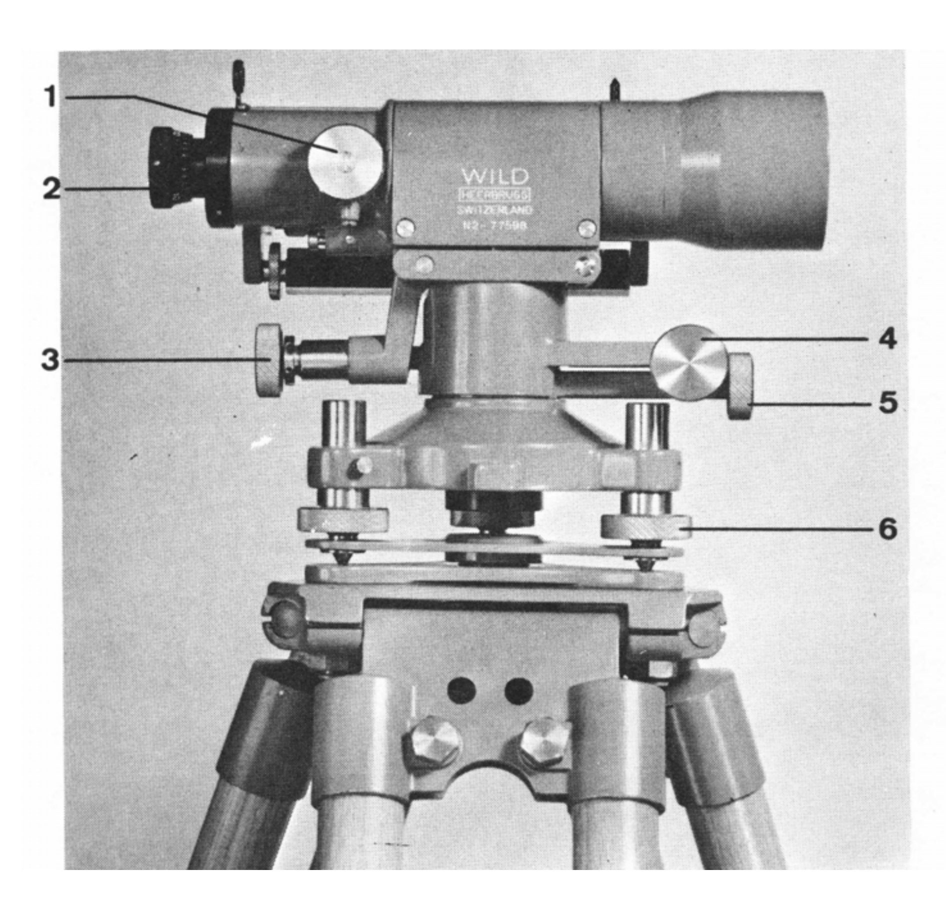


Fig.12.- Esquema de nivelación compuesta partiendo de un RN de cota 18,43.

Con los datos del esquema de la figura 12, esquema de nivelación compuesta en un determinado proceso de evaluación de un proyecto, se desea conocer las cotas o elevaciones de los diferentes puntos y verificar la bondad de los cálculos.

Punto	L atras	Linte	Ladel	HPC	Elevación
RN					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

La planilla de arriba corresponde llenar con la información del croquis de la Fig.12.- resolver la misma y verificar la bondad de los cálculos.-



NIVEL REVERSIBLE

Fig.13.- Nivel de ingeniería de alta precisión



Fig.14.- Nivel de anteojo del tipo obra, de colimación automática, anteojo de 22 aumentos, círculo graduado en grados con apreciación de 30 minutos.-

SPECIFICATIONS

ITEM \ MODEL	1	2	3	4	5	6
Telescope						
Length (mm/in.)	229/9	229/9	230/9	192/7.7	193/7.7	204/8
Image	Erect	Erect	Erect	Erect	Erect	Erect
Magnification	32×	32×	30×	26×	24×	22×
Objective lens (mm/in.)	45/1.8	45/1.8	40/1.6	30/1.2	30/1.2	30/1.2
Relative brightness	1.98	1.98	1.78	1.33	1.56	1.86
Field of view	1°20'	1°20'	1°30'	1°30'	1°30'	1°30'
Resolving power	2.5"	2.5"	3.0"	3.5"	4.0"	4.0"
Minimum focus (m/ft.)	1.0/3.2	1.0/3.2	0.5/1.6	0.5/1.6	0.5/1.6	0.9/2.9
Stadia constant (m)	0	0	0	0	0	0.1
Stadia ratio	100	100	100	100	100	100
Circular Level						
Sensitivity (/2mm)	8'	8'	8'	8'	8'	10'
Automatic Leveling						
Setting accuracy	±0.3"	±0.3"	±0.3"	±0.3"	±0.3"	±0.5"
Compensating range	±15'	±15'	±15'	±15'	±15'	±10'
Accuracy 1km Double Run Level						
w/o optical micrometer (mm)	±0.7	±0.7	±1.5	±2.0	±2.0	±2.5
with optical micrometer (mm)	±0.4	±0.4	±1.0	—	—	—
Horizontal Circle						
Diameter (mm/in.)	90/3.5	117/4.7	117/4.7	117/4.7	117/4.7	102/4.0
Minimum division	10'(0.1g)	1°(1g)	1°(1g)	1°(1g)	1°(1g)	1°(1g)
Weight						
Instrument (kgs./lbs.)	2.1/4.6	1.8/4.1	1.8/4.1	1.6/3.5	1.6/3.5	1.2/2.6
Plastic carrying case (kgs./lbs.)	1.3/2.9	1.3/2.9	1.3/2.9	1.3/2.9	1.3/2.9	1.2/2.6

Fig.15. Esquema de las especificaciones típicas de los diferentes tipos de niveles de un fabricante (Leica) de instrumental topográfico.-

Nivel reversible de colimación manual, es un nivel de alta precisión con el cual se puede trabajar en dos posiciones y eliminar errores.

Sin embargo, en este momento interesa destacar un aspecto y es referente al trabajo de verificación del estado de regulación del instrumento.



Fig.16.- Nivel reversible de colimación manual, con círculo de lectura directa 10´ apreciación de un minuto por micrómetro.

Con este instrumento, para verificar su ajuste, basta colocarse a unos 100 metros de un punto, nivelamos en posición normal, p.ej. 1,433. Visamos el mismo punto pero girando el anteojo 180º calando la burbuja nuevamente, leemos 1,475. La lectura correcta en el punto visado será (1,433+1,475) / 2 = **1,454** .

Evidentemente el instrumento en estas condiciones necesita ajustarse, porque está produciendo un error de 0,021 m cada 100 m, cuando el mismo debería estar acotado a 0,003m/100m .- Entonces en este caso, se visa el punto con la lectura correcta de 1,454 y con el tornillo corrector del nivel se desplaza la burbuja del nivel hacia el centro para dejarla calada. Se vuelve a repetir el procedimiento, para verificar que el ajuste quedó en buena forma con un error ≤ 0,003m/100m.-

Niveles automáticos.
En los niveles corrientes de inclinación, la línea de visual es o debe ser paralela al eje del anteojo. Solamente está horizontal cuando la burbuja del nivel, bien ajustado, está centralizada. En los niveles automáticos, la visual o línea de colimación se nivela automáticamente(dentro de ciertos límites) mediante un compensador óptico o de otro tipo, suspendido como un péndulo y que se inserta en el camino de los rayos a través del anteojo.

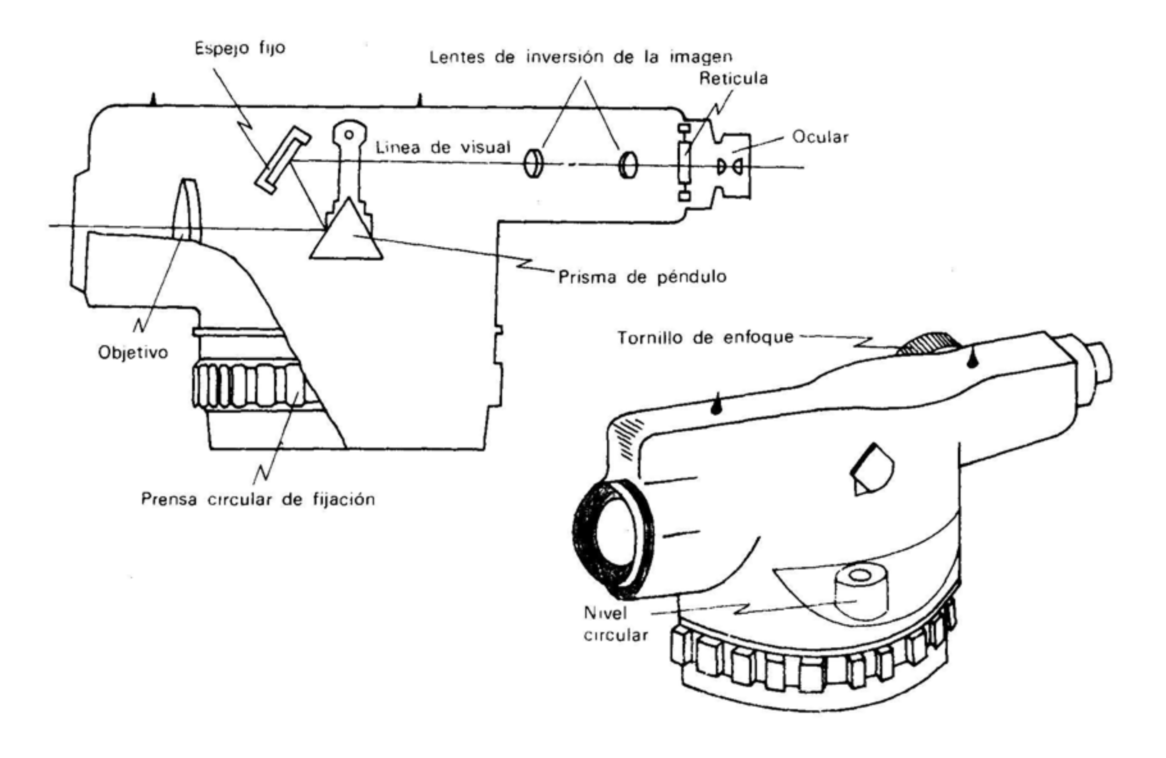
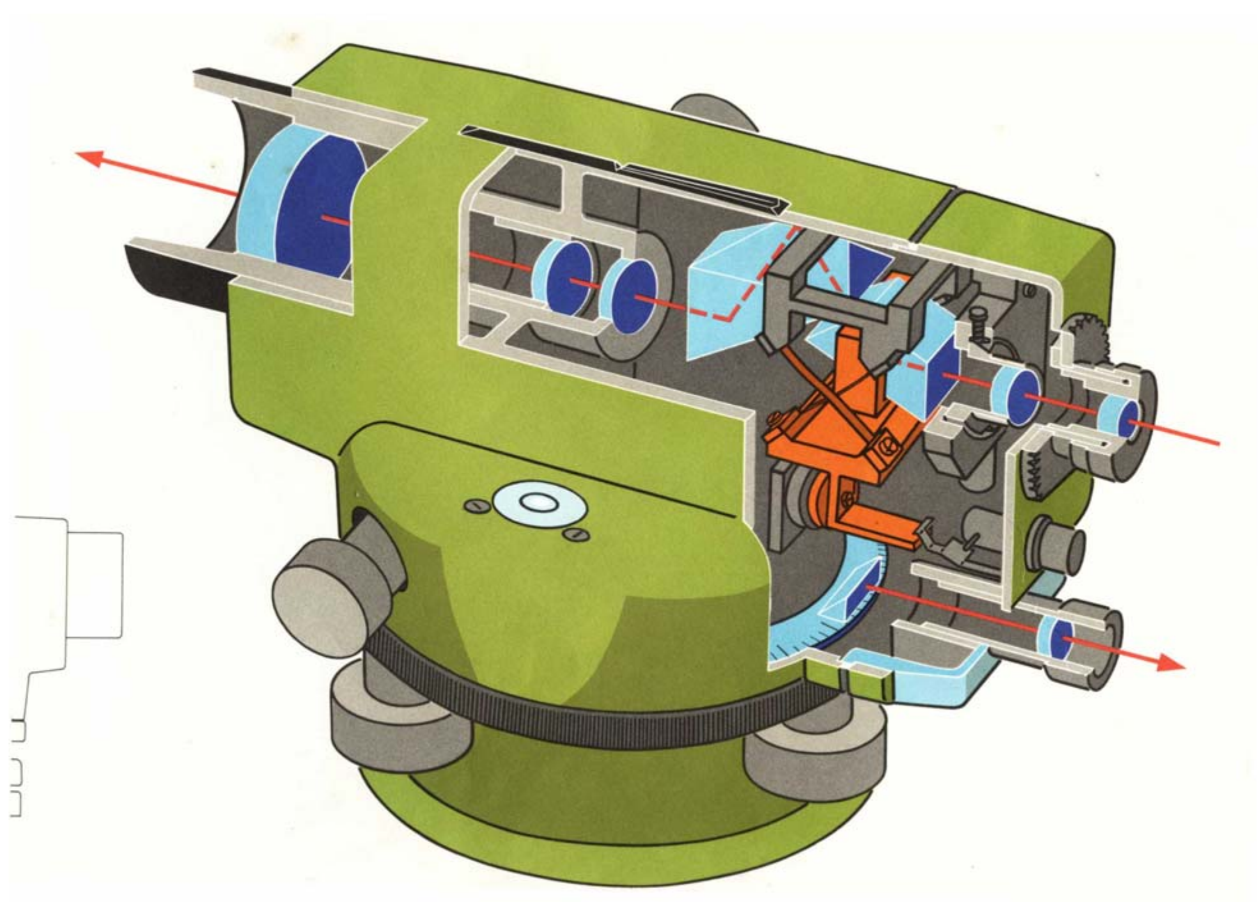


Fig.17.-

La burbuja del nivel circular se centra mediante el dispositivo de nivelación, con lo cual el anteojo queda aproximadamente horizontal. Siempre que el anteojo esté dentro de +/- 15 minutos respecto de la horizontal, el péndulo tomará una posición vertical exacta y todo rayo luminoso horizontal que entre al anteojo será transmitido automáticamente al centro del retículo. Los niveles de alta precisión como los niveles para geodesia siguen siendo del tipo manual con nivel de burbuja, es decir, no son automáticos.



Nivel de colimación automática de la firma WILD con círculo graduado con lectura por sistema de micrómetro óptico.

Designac. de puntos	Ordenad. al eje	Progresiva	LECTURAS DE MIRA			Altura del plano colimador	COTAS	Observaciones
			Atrás	Inter-medias	Adelante			
SUMAS								SUMAS

5.000-7/73-o/33389-Bouzout S.A.

Modelo de planilla de nivelación utilizada en el Ministerio de Transportes y Obras Públicas. En ingeniería agrícola no nos interesa mucho los conceptos de la 2ª y3ª columna referentes a las ordenadas al eje y progresiva. Esta última en caso de realizar una nivelación geométrica de un perfil longitudinal puede utilizarse ya que en ese caso las distancias progresivas son fundamentales.

Ejemplo de aplicación de las fórmulas de nivelación. De acuerdo con el croquis de nivelación geométrica compuesta, confeccionar la planilla de cálculo y verificar la bondad de los mismos.

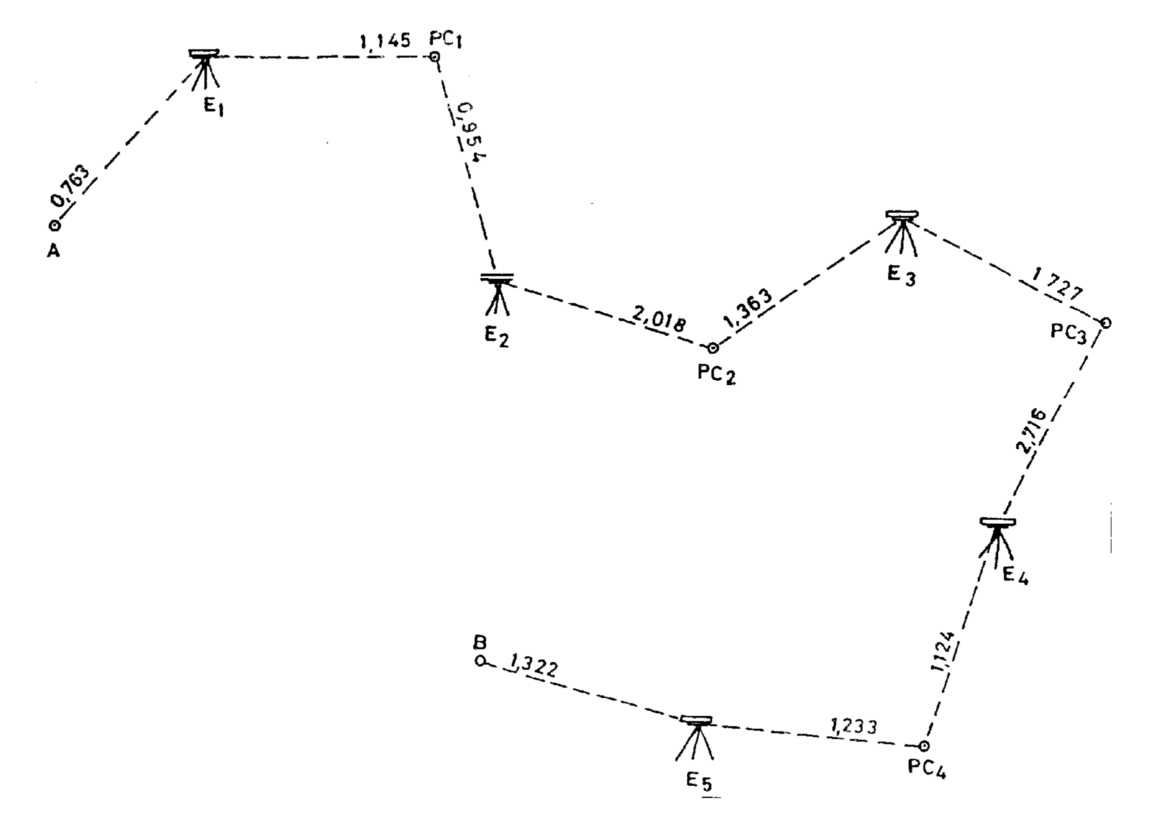


Fig.18. Esquema de apunte de lecturas en la mira, al realizar una nivelación geométrica compuesta. Prepare una planilla y resuelva la elevación de B, sabiendo que la elevación de A=27.32

La solución del problema planteado en Fig 18.- se encuentra en la planilla a continuación:

Punto	L atras	Linte	Ladel	HPC	Cota
A	0.763			28.083	27.32
PC1	0.954		1.145	27.892	26.938
PC2	1.363		2.018	27.237	25.874
PC3	2.716		1.727	28.226	25.510
PC4	1.233		1.124	28.335	27.102
B			1.322		27.013
∑	7.029		7.336		

La diferencia de Latrás –Ladelante = -.307 indicando el signo que la cota desciende y es igual a 27.32-27.03 = 0.307, lo cual es la prueba de cálculo que verifica la correcta aplicación de las fórmulas de la nivelación

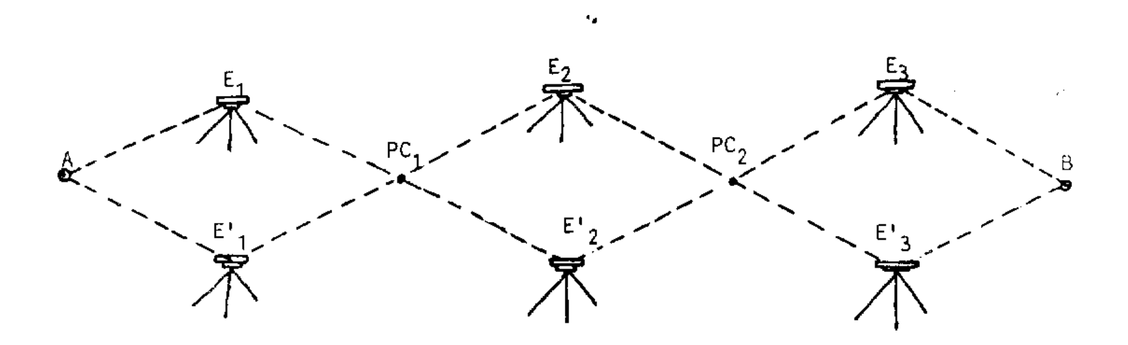


Fig.19.-Esquema de realización de una doble nivelación desde A a B, equivalente a un cierre, con dos instrumentos.

La figura 19 esquematiza la forma de ejecutar un trabajo de nivelación con dos instrumentos lo cual es equivalente a realizar un cierre al punto de partida o punto inicial. Los cierres de circuitos de nivelación también pueden ser a puntos de referencia cuidadosamente nivelados y compensados.

4 Control del Nivel de Anteojo

Todos los niveles deben ser controlados en su funcionamiento después de un determinado uso, o al momento de un trabajo importante, el técnico que recibe un instrumento desconocido, debería verificar su estado de ajuste.
El objetivo del control del nivel es verificar si el aparato es confiable, cuando lo estamos usando.

Fundamento teórico del procedimiento

Para verificar que un nivel esté corregido deben verificarse los siguientes pasos:

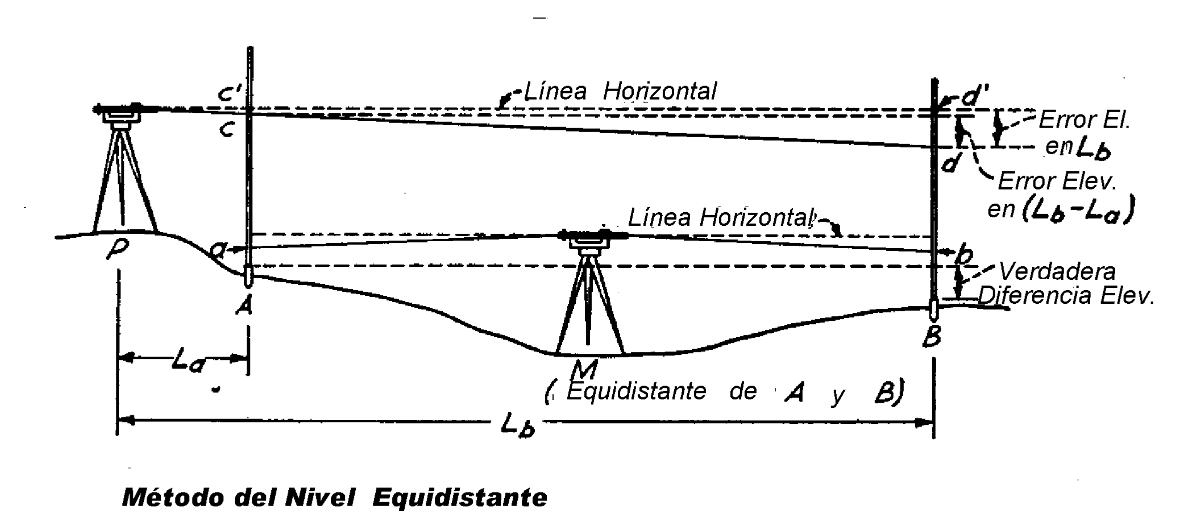


Fig.20.-

La diferencia de elevación entre dos puntos A y B debe ser igual desde cualquier posición del instrumento de nivelación.
En caso que el nivel presente errores no admisibles éste debe ser corregido por el método del punto medio o nivel equidistante de dos puntos, para el cual se siguen los siguientes pasos:

1) Ubicarse en un lugar lo más plano posible.

2) Clavar en el suelo tres piquetes alineados y equidistantes de 40 a **50** metros.

3) Instalar el nivel sobre el piquete del medio, nivelando el aparato realizar lecturas con la mira sobre los piquetes extremos, anotando como **la** y **lb** respectivamente.

4) Mover y levantar el nivel y colocarse a una distancia de 2 metros próximo a uno de los piquetes extremos y volver realizar nuevas lecturas sobre los estacas extremas, anotando como lecturas **lc** y **ld**.

5) Calcular la diferencia de lectura en A y después en B.
   Si (la – lb) ≠ (lc – ld), el nivel tiene error, siendo necesario ajustar la línea de colimación. Para que el nivel esté ajustado correctamente, la diferencia de lecturas entre los dos posiciones (la – lb) y (lc – ld), debe ser igual a cero, o lo que es igual, **la – lb = lc – ld.** Siendo el máximo error tolerable igual a 0,005 metros cada 100 metros.

ACTIVIDAD PRACTICA A REALIZAR:

1) Se estaquearán dos puntos distantes de los cuales se quiere conocer el desnivel. Se supondrá que de uno de ellos conocemos la cota y que del otro punto la queremos conocer.

2) Se instalará el nivel en un punto intermedio entre las distancias existentes entre un punto y el otro.

3) El portamira se colocará sobre el punto de cota conocida manteniendo la mira lo más vertical posible.

4) Inmediatamente, se leerá en la mira el valor que resulte de la del hilo medio de la cruz filar con la graduación de la mira.

5) Aplicando la fórmula explicada llegaremos a conocer el desnivel y la cota relativa del otro punto.

Para corregir el nivel, desde la segunda posición sabiendo cual es la verdadera diferencia de nivel entre los dos puntos A y B (la – lb) , a la lectura en la mira más cercana lc se le sumará o restará según corresponda la diferencia (la – lb) = ΔH, resultando la lectura de corrección ld´ = lc + /- ΔH. **(1)**

En niveles de colimación automática, con el tornillo corrector de la línea de colimación, ubicado por debajo del ocular, se ajustará de tal forma de visualizar en la mira lejana la lectura correcta. En ciertos modelos de niveles automáticos se debe desplazar en sentido vertical la cruz filar, teniendo la precaución de no forzar la torsión de los tornillos y que el afloje de un tornillo exige el ajuste del opuesto.

Otra posibilidad es obtener la lectura de corrección a partir de la lectura en la mira más lejana y restarle o sumarle según corresponda el error. Es decir, ld´= ld + /- error. **(2)**

En el caso de los niveles de colimación manual, se deberá corregir con el **tornillo corrector** del nivel tubular, con la lectura que corresponda en la mira, calar la burbuja del nivel.

Se deberá repetir el proceso para estar seguro de que el nivel esté corregido aceptablemente.

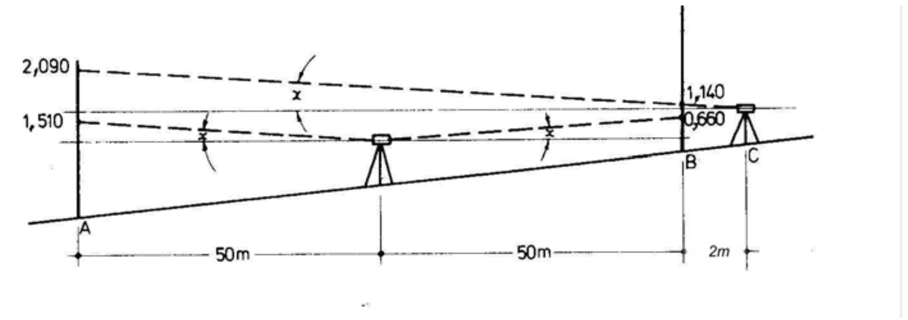


Fig.21.-

En la Figura 21 tenemos un ejemplo numérico concreto 1,510 – 0,66 = **0,850**, al realizar el desnivel aparente corriendo el nivel hacia uno de los extremos, en este caso el punto B. La diferencia de lecturas en la mira y por lo tanto el desnivel existente sería de:
2,090 – 1,140 =0,950, donde resulta evidente que 0,850 ≠ 0,950, siendo 0,850 la verdadera diferencia de nivel. Por tanto la corrección del nivel tubular adosado en el anteojo, se maneja de la siguiente forma, ubicados a la mínima distancia de enfoque o sea aproximadamente de 2 metros, buscamos en la mira lejana la lectura correcta l´d = 1,140 + 0,84 = 1,990.-

Acomodando la línea de colimación en la lectura correcta **1,990** si observamos la burbuja del nivel tubular estará descentrada, correcto. Entonces con el tornillo corrector del nivel tubular, hacemos desplazar la burbuja de nivel hasta centrarla y de esta forma habremos corregido el instrumento.

La lectura a la minima distancia de 2 metros se puede considerar exenta de error, el error se magnifica a la distancia, por ello corregimos el instrumento colocando la mira a 100 metros. En niveles de obra, donde los líneas de la cruz filar donde también están los trazos estadimétricos pueden ser algo gruesos, podrían controlarse y ajustarse a una distancia algo menor, tal vez 40 o 30 metros. De lo contrario en estos niveles económicos de obra, a una distancia de 100 metros el grosor de la línea horizontal de la cruz filar puede significar 3 a 5 mm.-

La otra posibilidad es proceder como lo indicado en párrafos anteriores **(2)** l´d = 2,090 - 0,10 = 1,990.- En efecto, el error del nivel en este caso es de 0,950 - 0,850 = 0,10 como el desnivel aparente es mayor que el verdadero, la colimación del instrumento tiene un ángulo positivo con la horizontal exagerando los desniveles, por lo cual debemos restar la magnitud de la lectura en la mira lejana.

Efecto de la Curvatura Terrestre en la Nivelación.

Considerando la Tierra como una esfera perfecta, una línea de nivel deberá estar en todos sus puntos equidistante del centro de la esfera. El nivel genera una visual horizontal que es tangente a la línea de nivel que pasa por el centro óptico del instrumento. Si se tuviera una mira en B (Fig.22) la lectura desde A sería por tanto demasiado grande, en la magnitud BB_1. Esta magnitud es la corrección por curvatura c, y puede calcularse como sigue.

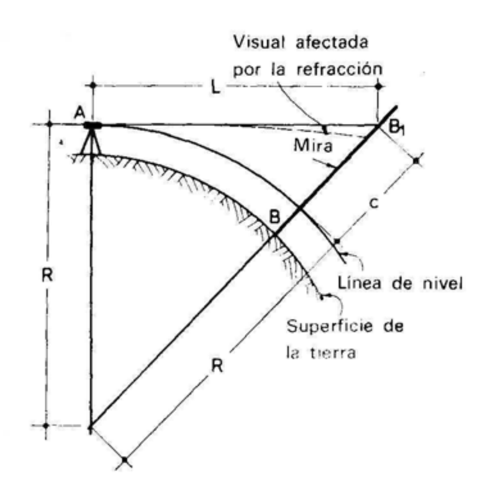


Fig. 22.-

En el triángulo AB_1O, L es la longitud de la visual y R el radio promedio de la Tierra.
Por el teorema de Pitágoras

$$(R + c)^2 = R^2 + L^2$$

$$\text{esto es, } R^2 + 2\,Rc + c^2 = R^2 + L^2 \text{ , de donde } c(c + 2R) = L^2$$

$$c = L^2 / (c + 2\,R)$$

Como c es muy pequeño en comparación con el radio de la tierra R, podemos despreciarlo y entonces

$$\mathbf{c = L^2 / (2\,R)}$$

asumiendo el valor 6378 km para el radio de la tierra

$$\mathbf{c = L^2 / (12756)}$$

como c se necesita en metros y L seguimos midiéndolo en kilómetros

$$c = \{L^2 \times 1000/ (12756)\} \text{ metros}$$

$$c = 0{,}0784\, \mathbf{L^2} \text{ m (con L en km)}$$

En realidad la línea de visual tampoco es estrictamente horizontal, porque la afecta la refracción atmosférica en forma que se curva hacia abajo. A pesar de que no es un valor constante, se acepta que tiene un valor de 1/7 del de curvatura, por lo cual el efecto combinado de curvatura y refracción se calcula como:

Corrección combinada = $0{,}0784\, \mathbf{L^2} - (1/7)\, 0{,}0784\, \mathbf{L^2}$
$= 6 / 7\, (0{,}0784\, \mathbf{L^2})$

$= 0{,}0672\ \mathbf{L}^2$ m (con L en km)

En conclusión, el error por curvatura terrestre y refracción ($Error_{CR}$) de una visual horizontal es directamente proporcional a la longitud de la misma y responde a la fórmula siguiente :

$$Error_{CR}\ (m) = 0{,}0672\ L^2$$

tomando la distancia L en kilómetros, asumiendo un radio de la Tierra de 6.378 km, valor que coincide con cualquier modelo terrestre.

$Error_{CR}$	L (km)
0.017 m	0.5
0.067 m	1.0
1.075 m	4.0

La técnica de la nivelación geométrica no tiene necesidad de corregir por curvatura sus mediciones, porque se realiza en forma tal que el operador se desplaza por el terreno con el nivel manteniendo distancias de visadas no superiores a 200 - 250 metros y la curvatura se toma en cuenta “per se”. Ahora en cambio, con la nivelación trigonométrica que es la base de la taquimetría con la Estación Total, es necesario tener en cuenta el efecto de la curvatura y refracción y corregir las mediciones para compensar aquellos efectos.